



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB

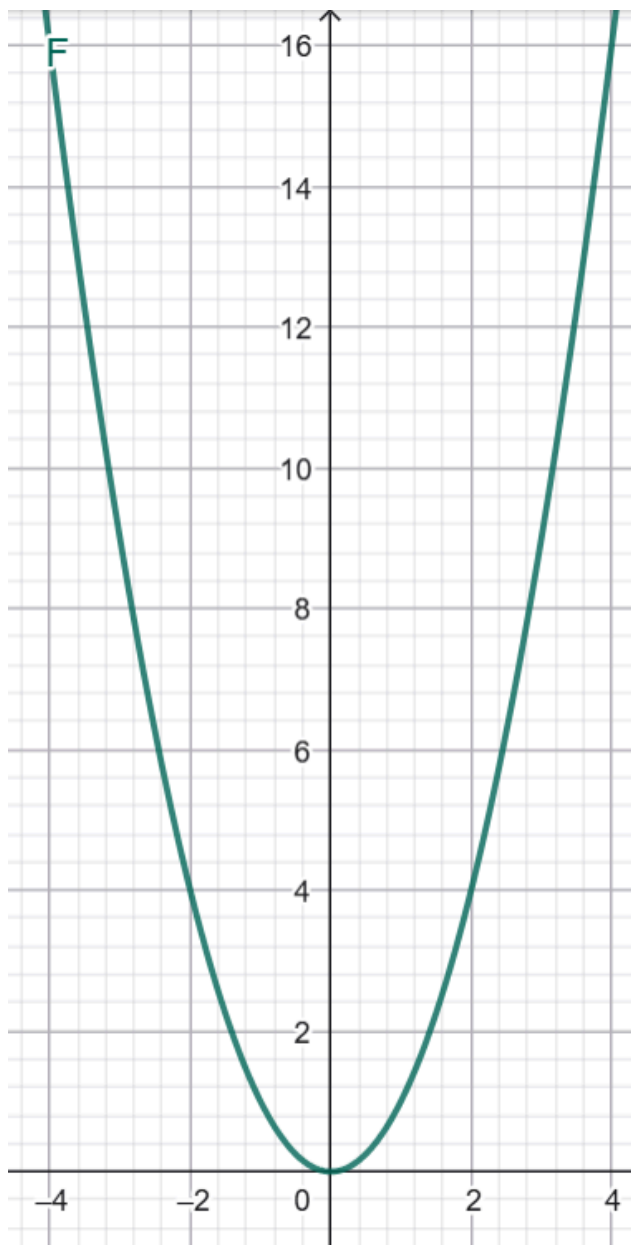


Actividad 1

Se muestra la función: $f(x) = x^2$ en el intervalo: $[0, 4]$

Pregunta detonadora

Si queremos calcular exactamente el área bajo esta curva, ¿qué dificultades encontramos?



Instrucción:

Marca las afirmaciones que consideres correctas.

- ☐ El área no tiene forma de figura geométrica conocida (como rectángulo o triángulo).
- ☐ La parte superior del área es una curva y no una línea recta.
- ☐ No existe una fórmula de área directa para esta región.
- ☐ El área podría aproximarse si la dividimos en muchos rectángulos.
- ☐ Mientras más rectángulos usemos, más precisa será la aproximación.
- ☐ Si usamos infinitos rectángulos podríamos obtener el área exacta.
- ☐ Podemos medir el área fácilmente con una regla.
- ☐ El área depende del intervalo que elijamos en el eje (x).
- ☐ La gráfica es simétrica respecto al eje (y).
- ☐ El área se puede obtener simplemente sumando los valores de la función.



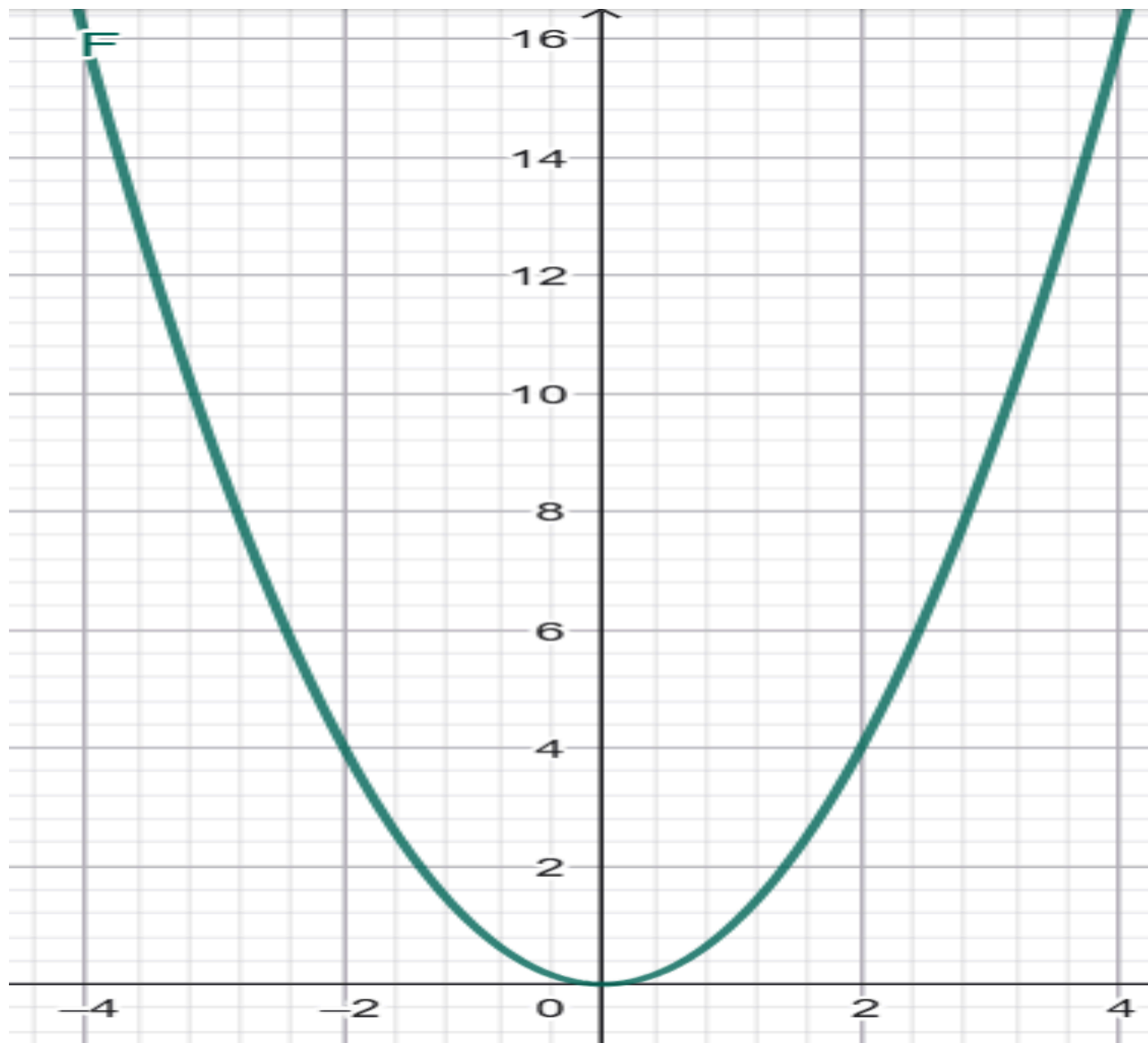
Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Actividad 2

Estimando el área con rectángulos

Considera nuevamente la función: $f(x) = x^2$ Supongamos que queremos calcular el área bajo la curva **entre (x=0) y (x=4)**. Como no conocemos una fórmula directa para el área de esta región, intentaremos **aproximarla usando rectángulos**.



Predicción

Imagina que dividimos el intervalo $([0,4])$ en **4 partes iguales** y dibujamos **4 rectángulos** para aproximar el área bajo la curva.



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Pregunta 1

¿Qué crees que pasará con la estimación del área?

- ☐ El área estimada será menor que el área real.
- ☐ El área estimada será mayor que el área real.
- ☐ Será exactamente igual al área real.
- ☐ No se puede saber.

Pregunta 2

Si aumentamos el número de rectángulos a **20, 50 o 100**, ¿qué ocurrirá con la estimación?

- ☐ Se volverá menos precisa.
- ☐ Se acercará cada vez más al área real.
- ☐ No cambiará.
- ☐ Se volverá infinita.

Pregunta 3

¿Qué crees que ocurriría si utilizáramos **infinitos rectángulos**?

- ☐ El área aproximada sería exactamente el área real.
- ☐ El área seguiría siendo solo una aproximación.
- ☐ No se podría calcular.

Reflexión

Completa la idea:

El área bajo una curva puede aproximarse sumando áreas de muchos _____.

- ☐ triángulos
- ☐ rectángulos
- ☐ círculos
- ☐ polígonos irregulares

Actividad 3

¿Cómo elegimos la altura de los rectángulos?

Considera nuevamente la función: $f(x) = x^2$ y el intervalo $0 \leq x \leq 4$

Ya sabemos que podemos **aproximar el área bajo la curva usando rectángulos**.

Sin embargo, surge una nueva pregunta importante: **¿Cómo decidimos la altura de cada rectángulo?** Existen **varias formas de elegir la altura**.

Método 1: Rectángulos por la izquierda. La altura del rectángulo se toma **usando el valor de la función en el extremo izquierdo del intervalo**.

Pregunta 1

Observando la gráfica de la función $f(x) = x^2$ en el intervalo: $[0, 4]$



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



- ☐ La suma de áreas será **menor que el área real**
- ☐ La suma de áreas será **mayor que el área real**
- ☐ Será exactamente igual

Método 2: Rectángulos por la derecha. La altura del rectángulo se toma **usando el valor de la función en el extremo derecho del intervalo.**

Pregunta 2

- ☐ La suma de áreas será **menor que el área real**
- ☐ La suma de áreas será **mayor que el área real**
- ☐ Será exactamente igual

Método 3: Rectángulos por el punto medio. La altura del rectángulo se toma **usando el valor de la función en el punto medio de cada subintervalo.**

Pregunta 3

- ☐ La aproximación será generalmente **más precisa**
- ☐ Será peor que usar izquierda o derecha
- ☐ No cambia nada

Pregunta 4

Si aumentamos mucho el número de rectángulos (100, 1000, 10000), ¿qué pasará con los tres métodos?

- ☐ Todos se acercarán al mismo valor
- ☐ Cada uno dará resultados diferentes
- ☐ Solo uno funcionará correctamente

Discusión conceptual

Completa la idea:

Cuando el número de rectángulos crece cada vez más, la suma de sus áreas se acerca al _____ bajo la curva.

- ☐ área real
- ☐ valor máximo de la función
- ☐ valor mínimo de la función
- ☐ promedio de los valores

Conexión con cálculo

La suma de áreas de muchos rectángulos se llama:

- ☐ Suma de Riemann
- ☐ Serie geométrica
- ☐ Derivada
- ☐ Factorización



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Actividad 4

¿Cuántos rectángulos necesitamos?

Considera nuevamente la función: $f(x) = x^2$ y el intervalo $0 \leq x \leq 4$

Sabemos que el área bajo la curva puede **aproximarse usando rectángulos**.

Pero ahora surge una pregunta importante:

¿Cuántos rectángulos necesitamos para que la aproximación sea muy cercana al área real?

Pregunta 1

¿Qué observas cuando aumenta el número de rectángulos?

- ☐ Los rectángulos se ajustan mejor a la curva
- ☐ El error disminuye
- ☐ El área estimada se vuelve más precisa
- ☐ No ocurre ningún cambio

Conclusión

La idea de **sumar áreas de rectángulos cada vez más delgados** conduce al concepto de:

- ☐ Derivada
- ☐ Integral
- ☐ Límite
- ☐ Factorización

Pregunta 2

Si continuamos aumentando el número de rectángulos:

- ☐ La aproximación se acerca cada vez más al área real
- ☐ El área cambia aleatoriamente
- ☐ El resultado se vuelve infinito

Reflexión final

Completa la idea:

El área bajo una curva puede calcularse exactamente utilizando el concepto de _____.

Idea clave del cálculo

Cuando el número de rectángulos **tiende a infinito**, la suma de sus áreas se convierte en:

- ☐ una aproximación
- ☐ el área exacta bajo la curva
- ☐ una sucesión geométrica

- ☐ integral definida
- ☐ derivada
- ☐ pendiente
- ☐ razón de cambio



Actividad 5

Construyendo una Suma de Riemann (por la derecha)

En esta actividad vas a **aproximar el área bajo una curva utilizando rectángulos**, aplicando lo que has aprendido hasta ahora sobre **sumas de Riemann**.

La función que modela el fenómeno es: $f(x) = 575985.27X^2 - 16608.73X + 291$ El intervalo de tiempo considerado es:

$0 \leq x \leq 0.02175$ y se dividirá en **10 intervalos iguales**.

Información inicial

Completa primero los datos generales usando lo que sabes sobre particiones de intervalos.

Dato	Valor
Tiempo total ($\Delta x = X_1 - X_0$)	0.02175
Número de intervalos (n)	10
Ancho del intervalo ($\Delta x / n$)	0.002175

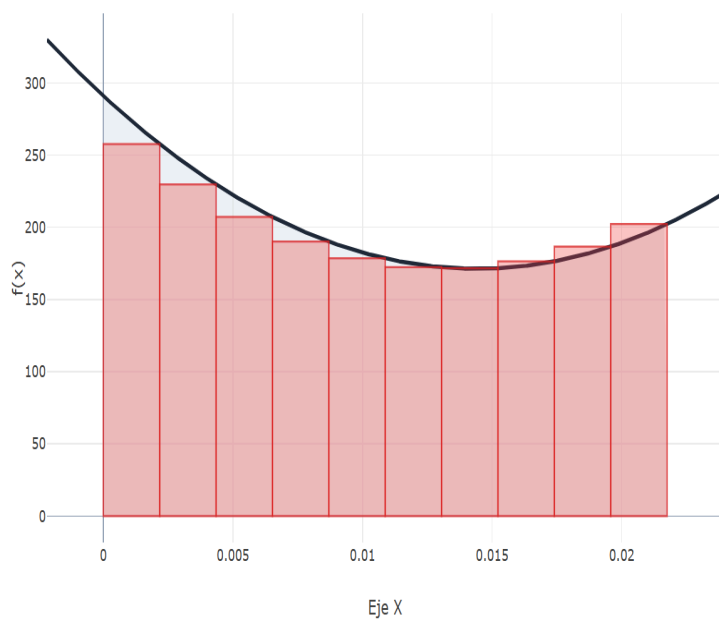
Tabla de la Suma de Riemann (Derecha)

Utilizando el **método por la derecha**, el valor de X_i corresponde **al extremo derecho de cada subintervalo**.

Completa la siguiente tabla.



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Rectángulo (i)	X_0	X_1	Base $X_1 - X_0$	X evaluada Derecha (X_i)	Altura $f(X_i)$ $575985.27X^2 - 16608.73X + 291$	Área del Rectángulo =base*altura
1	0,00000	0,002175		0,002175		
2	0,002175	0,004350		0,004350		
3	0,004350	0,006525		0,006525		
4	0,006525	0,008700		0,008700		
5	0,008700	0,010875		0,010875		
6	0,010875	0,013050		0,013050		
7	0,013050	0,015225		0,015225		
8	0,015225	0,017400		0,017400		
9	0,017400	0,019575		0,019575		
10	0,019575	0,021750		0,021750		
SUMA ÁREA BAJO LA CURVA						



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Preguntas de reflexión

1. ¿Qué pasaría con la aproximación si utilizáramos **20 intervalos** en lugar de 10?

- ☐ Sería más precisa
☐ Sería menos precisa
☐ No cambiaría

2. ¿Qué ocurriría si el número de rectángulos fuera **muy grande**?

- ☐ La suma se acercaría al área real
☐ El resultado sería infinito
☐ El área desaparecería

3. La suma de áreas de muchos rectángulos se conoce como:

- ☐ Serie geométrica
☐ Suma de Riemann
☐ Derivada
☐ Factorización

Actividad 6

Construyendo una Suma de Riemann (por la izquierda)

En esta actividad vas a **aproximar el área bajo una curva utilizando rectángulos**, aplicando lo que has aprendido hasta ahora sobre **sumas de Riemann**.

La función que modela el fenómeno es: $f(x) = 575985.27X^2 - 16608.73X + 291$ El intervalo de tiempo considerado es:

$0 \leq x \leq 0.02175$ y se dividirá en **10 intervalos iguales**.

Información inicial

Completa primero los datos generales usando lo que sabes sobre particiones de intervalos.

Dato	Valor
Tiempo total ($\Delta x = X_1 - X_0$)	0.02175
Número de intervalos (n)	10
Ancho del intervalo ($\Delta x / n$)	0.002175

Tabla de la Suma de Riemann (Izquierda)

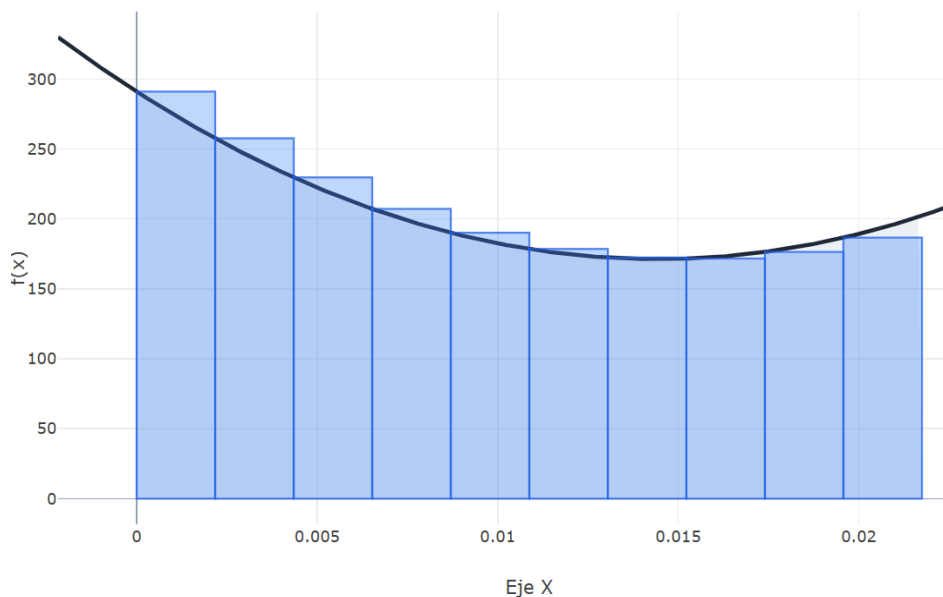
Utilizando el **método por la izquierda**, el valor de X_i corresponde al **extremo izquierdo** de cada subintervalo.



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Completa la siguiente tabla.



Rectángulo (i)	X_0	X_1	Base $X_1 - X_0$	X evaluada Izquierda (X_i)	Altura $f(X_i)$ $575985.27X^2 - 16608.73X + 291$	Área del Rectángulo =base*altura
1	0,00000	0,002175		0,00000		
2	0,002175	0,004350		0,002175		
3	0,004350	0,006525		0,004350		
4	0,006525	0,008700		0,006525		
5	0,008700	0,010875		0,008700		
6	0,010875	0,013050		0,010875		
7	0,013050	0,015225		0,013050		
8	0,015225	0,017400		0,015225		
9	0,017400	0,019575		0,017400		
10	0,019575	0,021750		0,019575		
SUMA ÁREA BAJO LA CURVA						



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Preguntas de reflexión

Comparando sumas de Riemann por la izquierda y por la derecha

Comparación de resultados

1. Después de calcular el área usando rectángulos por la izquierda y por la derecha:

☐ Ambas aproximaciones dieron exactamente el mismo resultado.

☐ Los resultados fueron diferentes.

☐ Una aproximación fue mayor que la otra.

Observación en la gráfica

2. Al observar la gráfica de la función:

☐ Los rectángulos por la izquierda quedan principalmente por debajo de la curva.

☐ Los rectángulos por la derecha quedan principalmente por encima de la curva.

Actividad 7

Construyendo una Suma de Riemann (por el medio)

Utiliza la misma función y la misma información adicional de los ejercicios anteriores.

☐ Ambos métodos coinciden exactamente con la curva.

Pensamiento crítico

3. ¿Por qué crees que ocurre la diferencia entre ambos métodos?



4. ¿Qué crees que pasaría si usáramos otro punto dentro del intervalo para calcular la altura del rectángulo?

☐ La aproximación podría cambiar.

☐ Podría ser más precisa.

☐ Daría exactamente el mismo resultado.

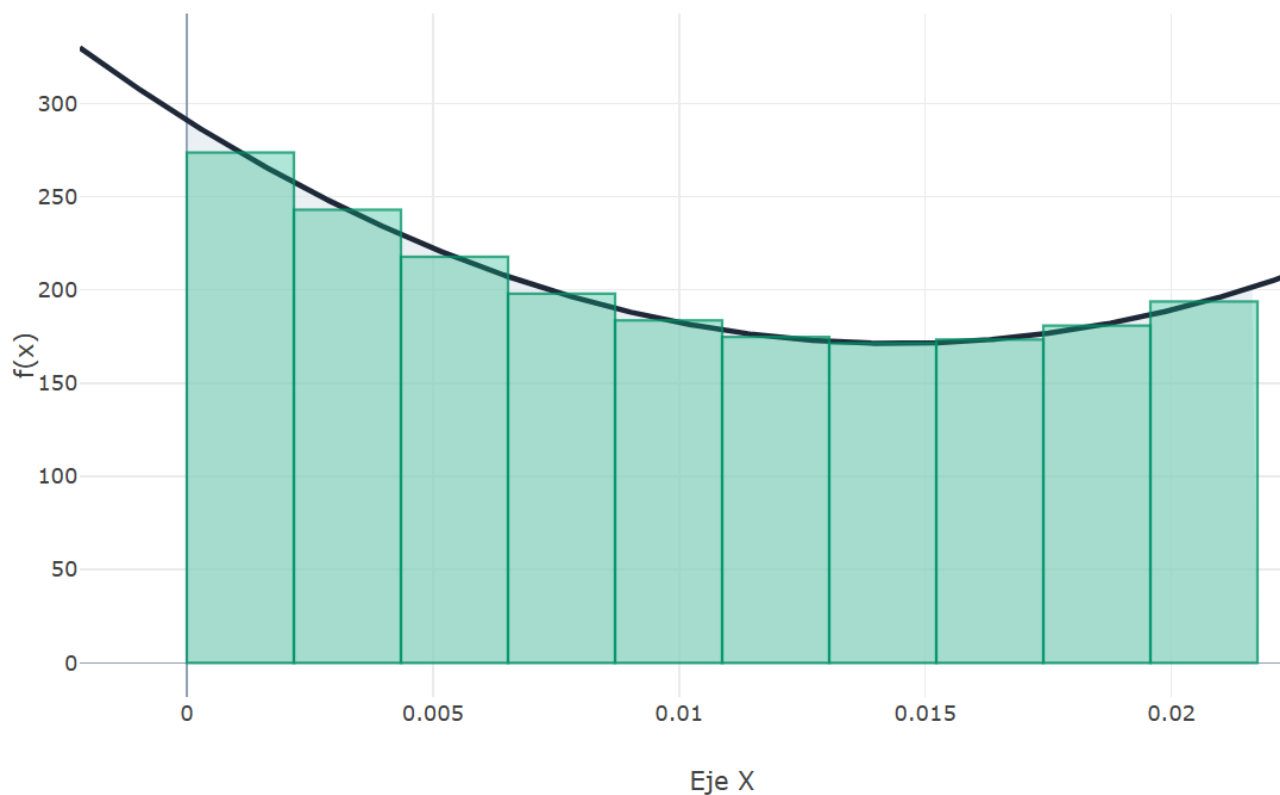
Tabla de la Suma de Riemann (En medio)

Utilizando el **método por en medio**, el valor de X_i corresponde al **centro de cada subintervalo**.

Completa la siguiente tabla.



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Rectángulo (i)	X_0	X_1	Base $X_1 - X_0$	X evaluada Medio $\frac{X_1 + X_0}{2}$	Altura $f(X_i)$ $575985.27X^2 - 16608.73X + 291$	Área del Rectángulo =base*altura
1	0,00000	0,002175		0,001088		
2	0,002175	0,004350		0,003263		
3	0,004350	0,006525		0,005438		
4	0,006525	0,008700		0,007613		
5	0,008700	0,010875		0,009788		
6	0,010875	0,013050		0,011963		
7	0,013050	0,015225		0,014138		
8	0,015225	0,017400		0,016313		
9	0,017400	0,019575		0,018488		
10	0,019575	0,021750		0,020663		



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



SUMA ÁREA BAJO LA CURVA

Preguntas de reflexión

Comparando tres aproximaciones del área bajo la curva

Después de calcular el área usando rectángulos por la izquierda, por la derecha y por el punto medio, responde las siguientes preguntas.

1. Comparación de resultados

¿Qué observas al comparar las tres aproximaciones?

- ☐ Las tres aproximaciones son exactamente iguales.
- ☐ Las aproximaciones por izquierda y derecha son diferentes.
- ☐ La aproximación por punto medio es distinta de las otras dos.

2. Relación con la gráfica

Al observar la gráfica de la función:

- ☐ Algunos rectángulos quedan por debajo de la curva.
- ☐ Algunos rectángulos quedan por encima de la curva.
- ☐ Los rectángulos del punto medio se ajustan mejor a la curva.

3. Precisión de los métodos

Según los resultados obtenidos:

El método del punto medio suele dar una mejor aproximación.

- ☐ Los tres métodos tienen siempre el mismo error.
- ☐ Un método siempre da el valor exacto.

4. Número de rectángulos

Si aumentamos mucho el número de rectángulos:

- ☐ Las tres aproximaciones se acercarán cada vez más al mismo valor.
- ☐ La diferencia entre ellas aumentará.
- ☐ Solo una de ellas funcionará correctamente.

5. Interpretación geométrica

¿Qué representan los rectángulos en estas aproximaciones?

- ☐ Pequeñas partes del área bajo la curva.
- ☐ Valores aislados de la función.

- ☐ Puntos de la gráfica.

6. Conclusión conceptual

El área bajo una curva puede aproximarse sumando áreas de muchos _____.

- ☐ rectángulos
- ☐ triángulos
- ☐ círculos
- ☐ polígonos irregulares

7. Idea central del cálculo

Si el número de rectángulos se hace muy grande, entonces:

- ☐ La suma de las áreas se acerca al área real bajo la curva.
- ☐ El resultado se vuelve infinito.
- ☐ La aproximación deja de funcionar.

8. Reflexión final

Explica con tus propias palabras:

¿Por qué usar más rectángulos mejora la aproximación del área bajo la curva?



Lo que deberían concluir los alumnos

Izquierda → suele subestimar (si la función es creciente).

Derecha → suele sobreestimar.

Punto medio → mejor aproximación.

Más rectángulos → menor error.

Esto conduce al concepto de integral definida.



Actividad 8

Laboratorio de Descubrimiento: ¿Cómo medir lo irregular? Laboratorio "sumas_riemann"

Si tienes una piscina perfectamente rectangular, calcular su área es fácil: multiplicas la base por la altura. Pero, ¿qué pasa si quieres calcular el área de un lago con orillas curvas? En matemáticas, nos enfrentamos a un problema similar: sabemos calcular el área de rectángulos y triángulos, pero ¿cómo calculamos el espacio que queda debajo de una curva como las funciones cuadráticas, cúbicas, etc?

A lo largo de este laboratorio, utilizarás un simulador interactivo para descubrir la ingeniosa solución matemática a este problema.

Parte 1: Exploración libre del entorno espacial

****Instrucciones:**** Abre el simulador de Sumas de Riemann. Por ahora, mantén los valores que aparecen por defecto:

- * Función: x^2
- * Valor inicial (a): 0
- * Valor final (b): 4
- * Número de intervalos (n): 4
- * Método: Extremos Izquierdos

****1.**** Observa la gráfica principal. Haz clic en el botón "👁 Ocultar Rectángulos" y luego vuelve a mostrarlos. Describe con tus propias palabras: ¿Qué están intentando cubrir o rellenar exactamente los rectángulos sombreados?

****2.**** Mira el panel "Resultados del Área". Hay un valor llamado "Área Exacta (Integración)" y otro llamado "Aprox. por Izquierda". ¿Son iguales estos valores? Observando la gráfica, explica visualmente por qué crees que existe una diferencia entre ambos números.

Parte 2: El poder de los rectángulos (Investigación guiada)



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



****Instrucciones:**** Mantén la función x^2 en el intervalo de 0 a 4. Asegúrate de tener seleccionado el método de "Extremos Izquierdos". Ahora, vas a manipular el control deslizante del "Número de intervalos (n)".

****3.**** Mueve el control deslizante lentamente desde $n=4$ hasta $n=20$, y luego hasta $n=50$. A medida que el número de rectángulos aumenta:

* a) ¿Qué le sucede al ancho (la base) de cada rectángulo individual?

* b) Observa los espacios vacíos (o sobrantes) entre la parte superior de los rectángulos y la curva negra. ¿Qué ocurre con estos "huecos" al aumentar n ?

****4.**** Con $n=50$, compara nuevamente el valor de "Aprox. por Izquierda" con el "Área Exacta". ¿Qué relación notas en comparación con cuando tenías solo 4 rectángulos?

Parte 3: Comparando estrategias de medición

****Instrucciones:**** Regresa el número de rectángulos a $n=4$. Ve al menú desplegable "Método a visualizar en gráfica". Cambia entre las tres opciones disponibles: "Extremos Izquierdos", "Extremos Derechos" y "Punto Medio".

****5.**** Describe detalladamente qué cambia en el dibujo de los rectángulos al elegir cada método:

* ****Izquierdo:**** _____
* ****Derecho:**** _____
* ****Medio:**** _____

****6.**** Observa atentamente la curva $f(x) = x^2$ (que va subiendo, es decir, es creciente). Para este tipo de curva en específico:



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



* ¿Cuál de los métodos te da un área que es **mayor** que el Área Exacta? (Sobrestimación) ¿Por qué pasa esto visualmente?

* ¿Cuál de los métodos te da un área que es **menor** que el Área Exacta? (Subestimación) ¿Por qué?

****7.**** Sin importar que uses Izquierda, Derecha o Medio, ¿qué pasa con los tres resultados si aumentas los intervalos a $n=100$?

Parte 4: Análisis de datos y la Tabla de Rectángulos

****Instrucciones:**** Cambia la función a algo diferente, por ejemplo: $\sin(x)$. Usa un valor inicial $a=0$ y un valor final $b=3$. Fija los intervalos en $n=3$ y selecciona el método de "Punto Medio".

****8.**** Observa el panel "Datos de los Rectángulos" en la parte inferior. El simulador calcula el área de cada rectángulo multiplicando su base por su altura. Si sumas los tres valores de la columna "Área del Rectángulo", ¿con qué valor del panel de resultados coincide tu suma?

****9.**** A partir de tu observación anterior, ¿qué crees que significa la frase "Suma de Riemann"?

Parte 5: Predicción y el infinito (El momento Eureka)

****10.**** Imagina que el simulador te permitiera poner $n = 10,000$, o $n = 1,000,000$. Dibuja en tu mente lo que pasaría.



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Si el número de rectángulos (n) se volviera **infinito**...

* ¿De qué tamaño sería la base de cada rectángulo?

>

* ¿Qué pasaría con el "error" (la diferencia entre el área de los rectángulos y el área exacta)?

>

Conclusión Conceptual

****11.**** Con base en todo lo que has explorado y manipulado hoy, si tuvieras que explicarle a un compañero de grados menores cómo los matemáticos logran calcular el área exacta de figuras curvas y extrañas usando rectángulos, ¿cómo se lo explicarías en un párrafo sencillo?

>

>

>

>

Actividad 9

Utiliza el laboratorio para realizar las siguientes actividades (utiliza punto medio)

1) Flujo de agua en una tubería (función cúbica)

En una planta de tratamiento, el flujo de agua depende del tiempo según:

$Q(x) = -0.5x^3 + 4x^2 + 10x + 20$ con $Q(x)$ en litros/min y x en minutos. Se pide el volumen total que atraviesa la tubería durante los primeros 10 minutos.

Llenar la tabla con 5, 10 y 20 intervalos

Rect (i)	Intervalo $[x_0, x_1]$	x evaluada (x_i^*)	Altura $f(x_i^*)$	ÁreaRectángulo
----------	------------------------	------------------------	-------------------	----------------



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



1				
2				
3				
4				
5				
			Total	

Rect (i)	Intervalo $[x_0, x_1]$	x evaluada (x_i^*)	Altura $f(x_i^*)$	ÁreaRectángulo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
			Total	

Rectángulo (i)	Intervalo $[x_0, x_1]$	x evaluada (x_i^*)	Altura $f(x_i^*)$	Área del Rectángulo
----------------	------------------------	----------------------	-------------------	---------------------



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
			Total	



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Observa cuál se acerca más al resultado real: _____

Actividad 10

Crecimiento de un cultivo (función cúbica) (utiliza punto medio).

La tasa de crecimiento diario de un cultivo está dada por $G(x) = 0.2x^3 - 1.5x^2 + 6x + 2$ con $G(x)$ en cm/día y x en días. Se pide el crecimiento total en los primeros 20 días..

Llenar la tabla con 5, 10 y 20 intervalos

Rect (i)	Intervalo $[x_0, x_1]$	x evaluada (x_i^*)	Altura $f(x_i^*)$	ÁreaRectángulo
1				
2				
3				
4				
5				
			Total	

Rect (i)	Intervalo $[x_0, x_1]$	x evaluada (x_i^*)	Altura $f(x_i^*)$	ÁreaRectángulo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



8				
9				
10				
			Total	

Rectángulo (i)	Intervalo $[x_0, x_1]$	x evaluada (x_i^*)	Altura $f(x_i^*)$	Área del Rectángulo
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



16				
17				
18				
19				
20				
			Total	

Observa cuál se acerca más al resultado real: _____

Actividad 11
Derivadas (El Ritmo de Cambio)

La derivada nos indica cómo cambia una función en cualquier punto. Para funciones de la forma $f(x) = ax^n$, la regla básica nos dice que la derivada es $f'(x) = n x^{n-1}$.

Fase A: Lápiz y Papel

Intenta calcular la derivada de las siguientes funciones aplicando la regla mentalmente.

- Si $f(x)=4x^3$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=-5x^2$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=7x^5$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=3/2x^4$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=-8x^3$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=6x^2$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=-1/3x^6$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=9x^4$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=5/4x^3$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=-7x^5$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=2x^7$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=1/5x^5$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=-10x^2$, entonces $f'(x)=$ _____
- Si $f(x)=3x^6$, entonces $f'(x)=$ _____



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



15. Si $(f(x)=-7/2x^4)$, entonces $(f'(x)=$ _____)

Fase B: Manipulación en el Laboratorio “Derivadas_antiderivadas”

Abre el Laboratorio Interactivo y selecciona el módulo "**1. Derivada**" en el panel izquierdo. Introduce los valores del primer ejercicio..

¿Coincide el resultado del panel "Análisis Conceptual" con tu respuesta? [Sí / No]

Utiliza las cajas de texto o los botones + y - para comprobar los ejercicios 2, 3 y 4. (Recuerda que puedes escribir fracciones como $\frac{1}{2}$ o 0.5 en la caja de coeficiente).

Corrige en la Fase A cualquier respuesta que haya sido diferente a la del laboratorio.

Exploración libre: ¿Qué sucede con la derivada si pones el exponente $n = 0$?

Escribe aquí lo que observas y por qué crees que ocurre matemáticamente:



Actividad 12

Antiderivadas (El Proceso Inverso)

La antiderivada busca responder a la pregunta: "Si esta es la derivada, ¿cuál era la función original?". El proceso consiste en sumar 1 al exponente y dividir el coeficiente original entre ese nuevo exponente. ¡No olvides sumar la constante C!

Fase A: Lápiz y Papel. Encuentra la función original $f(x)$ para las siguientes derivadas dadas.

1. Si $(f'(x)=6x)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
2. Si $(f'(x)=8x^3)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
3. Si $(f'(x)=-4x^2)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
4. Si $(f'(x)=10x^4)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
5. Si $(f'(x)=3x^2)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
6. Si $(f'(x)=-12x^3)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
7. Si $(f'(x)=5x^4)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
8. Si $(f'(x)=7x^2)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
9. Si $(f'(x)=-9x)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
10. Si $(f'(x)=4x^5)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
11. Si $(f'(x)=11x^3)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
12. Si $(f'(x)=-6x^4)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
13. Si $(f'(x)=2x^6)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
14. Si $(f'(x)=15x^2)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$
15. Si $(f'(x)=-8x^3)$, entonces $(f(x)=\underline{\hspace{2cm}})$

Fase B: Manipulación en el Laboratorio "derivadas_antiderivadas"

En el simulador, cambia al módulo "2. Antiderivada". Fíjate en el ícono de "Proceso Inverso".

Verifica tus respuestas de la Fase A introduciendo el coeficiente y el exponente de las derivadas dadas.

¿Tus respuestas fueron correctas? [Sí / No]

El misterio de la letra "C": En el laboratorio, ajusta la Constante (C) a 5, luego a -3 y luego a 0.

Observa la derivada original en la pantalla $f'(x)$. ¿Cambia la derivada original cuando modificas la constante "C"? [Sí / No]

¿Por qué crees que sucede esto? (Pista: Piensa en cuál es la derivada de un número que no tiene "x")



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Parte 3: Demuestra tu Dominio (Modo Reto) laboratorio “derivadas_antiderivadas”

Ahora pondremos a prueba tu intuición algebraica. Entra al módulo "3. Modo Reto". El sistema te dará una derivada objetivo y tú deberás encontrar qué coeficiente y qué exponente debe tener la función original $f(x)$ para generarla. Supera 10 misiones y registra tus resultados aquí:

Misión	Derivada que da el Lab	Antiderivada Correcta		Misión	Derivada que da el Lab	Antiderivada Correcta
1				6		
2				7		
3				8		
4				9		
5				10		

Reflexión final: Describe en tus propias palabras cuál es la relación matemática entre derivar y antiderivar.

Actividad 13

Integración, el área bajo la curva.

PARTE 1 — CÁLCULO A LÁPIZ

Resuelve las siguientes **integrales definidas** usando el procedimiento algebraico.

Recuerda el proceso:

1. Encontrar la **antiderivada $(F(x))$ **
2. Evaluar en **(b)**
3. Evaluar en **(a)**
4. Calcular **$(F(b)-F(a))$**

Integral	Antiderivada	Valor en b	Valor en a	Resultado
----------	--------------	------------	------------	-----------



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



$\int_0^4 (2x) dx$				
$\int_2^8 (3x+2) dx$				
$\int_1^5 (2x-1) dx$				
$\int_0^{10} (2x^2 + 3x) dx$				
$\int_3^6 (x^3 + 3) dx$				
$\int_0^7 (x^3 + 2x^2 + 3x) dx$				
$\int_1^{10} (x^2 + 7x + 12) dx$				
$\int_4^8 (4x^3 + 3x^2 + 2x + 1) dx$				
$\int_7^{14} (x^3 + x^2 + x + 1) dx$				

Actividad 14

PARTE 2 — EXPLORACIÓN CON EL LABORATORIO

Ahora utiliza el laboratorio interactivo.: **Laboratorio “Integrales_definidas”**

Para cada ejercicio:

1. Selecciona la función correspondiente.
2. Ajusta los límites (a) y (b).
3. Observa el ****área sombreada****.
4. Compara el resultado con tu cálculo.

Ejercicio 1

Configura en el laboratorio:

$f(x)=2x$

intervalo: $[0,4]$

Preguntas de razonamiento

1. ¿Qué forma geométrica representa el área bajo la curva?



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



Preguntas de razonamiento

2. ¿El resultado coincide con el cálculo que hiciste a lápiz?

1. ¿La región a la izquierda del eje (y) aporta área positiva o negativa?

3. ¿Por qué el área es positiva?

2. ¿Por qué la integral total sigue siendo positiva?

3. ¿Qué propiedades de las funciones puedes observar en esta gráfica?

Ejercicio 2

Configura en el laboratorio:

$$f(x)=x^2$$

intervalo: $[-2,2]$

Ejercicio 3

Configura en el laboratorio:

$$f(x)=x^3-x$$

intervalo: $[0,2]$

Preguntas de razonamiento

1. ¿Hay regiones debajo del eje (x)?

2. ¿Qué sucede con el área cuando la función está debajo del eje?

3. ¿La integral representa área total o **área neta**?

PARTE 3 — EXPLORACIÓN LIBRE

Modifica libremente la función y responde.

Experimento 1

Crea una función cuadrática.

$$f(x)=ax^2$$

Preguntas de razonamiento

1. ¿Qué ocurre con el área cuando aumentas el valor de (a)?

2. ¿Qué sucede si cambias los límites del intervalo?

Experimento 2

Crea una función donde parte del área esté **debajo del eje x**.

Preguntas de razonamiento:

1. ¿Qué ocurre con el resultado de la integral?

2. ¿Puede la integral ser cero aunque exista área?



Hoja de investigación
Aproximación del Área Bajo la Curva
Mtro. OscarGamezB



3. Explica por qué.

3. ¿Qué relación observas entre el **cálculo algebraico** y la **visualización gráfica**?

PREGUNTAS DE REFLEXIÓN FINAL

1. ¿Qué representa realmente una **integral definida**?

2. ¿Qué significa gráficamente el cálculo $(F(b)-F(a))$?

EXPLORACIÓN FINAL

Regresa al primer laboratorio **"Sumas_Riemann"** y verifica que los resultados sean idénticos a los calculados aquí.